View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk brought to you by CORE

Укажем, что дуальные числа представляют собой множество

$$\{a + \varepsilon b : a, b \in \mathbb{R}, \quad \varepsilon^2 = 0\},$$

где a, b — вещественные числа, а ε — мнимая единица, свойство которой определяет умножение дуальных чисел. Бикватернионами (обобщением кватернионов) называют элементы множества

$$\{\alpha + \beta \boldsymbol{i} + \gamma \boldsymbol{j} + \delta \boldsymbol{k}, \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta \text{ — дуальные числа}\}.$$

Правило умножения бикватернионов задается правилом умножения мнимых единиц: $\boldsymbol{i}^2 = \boldsymbol{j}^2 = \boldsymbol{k}^2 = -1$, $\boldsymbol{ij} = \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{ji} = -\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{ik} = -\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{ki} = \boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{kj} = -\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{jk} = \boldsymbol{i}$.

Литература

1. Радыно Н. Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к описанию движения* // Тр. XII Междунар. науч. конф. по дифференциальным уравнениям «Еругинские чтения–2007», Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2007. С. 133–140.

2. Радыно Н. Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к интегрированию систем дифференциальных уравнений в замкнутом виде* // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2008. №1. С. 83–88.

Polotsk SU

О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Т.В. Русилко

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
rusilko@grsu.by

Объектом исследования является сеть массового обслуживания с однотипными заявками двух классов — приоритетными и неприоритетными. Предполагается, что параметры обслуживания в каждой из систем сети, а также вероятности перехода заявок между системами зависят от времени. Маршрут передвижения заявок каждого класса задается произвольной стохастической матрицей вероятностей переходов. Время обслуживания заявок каждой из линий систем распределено по показательному закону. Заявки выбираются на обслуживания в соответствии с дисциплиной FIFO. Введен в рассмотрение случайный вектор, определяющий состояние рассматриваемой сети в произвольный момент времени и образующий марковский случайный процесс:

$$k(t) = (k_{11}(t), k_{12}(t), k_{21}(t), k_{22}(t), \ldots, k_{n1}(t), k_{n2}(t)),$$

где $k_{ic}(t)$ — число заявок класса c в системе S_i в момент времени t, $t \in [0, T]$, $i = \overline{1, n}$, $c = 1, 2$. Целью исследования является асимптотический анализ марковского процесса $k(t)$, описывающего состояние сети массового обслуживания, при большом числе заявок и нахождение среднего относительного числа заявок в системах сети в произвольный момент времени [1].

Прежде всего была получена система разностно-дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний исследуемого марковского процесса с непрерывным временем и конечным числом состояний. Далее рассмотрен случай большого числа обслуживаемых заявок K и осуществлен переход к вектору $k(t)/K$, имеющему непрерывное распределение. Выведено дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, являющееся уравнением Фоккера — Планка — Колмогорова для плотности распределения вероятностей исследуемого процесса:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_{ic}}(A_{ic}(x,t)p(x,t)) + \frac{\varepsilon}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\sum_{c,s=1}^{2}\frac{\partial^2}{\partial x_{ic}\partial x_{js}}(B_{icjs}(x,t)p(x,t)),$$

где $A_{ic}(x,t)$, и $B_{icjs}(x,t)$ — коэффициенты сноса и диффузии, вид которых в исследуемом случае установлен. Используя коэффициенты сноса, получена система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка для средних значений компонент вектора $k(t)/K$. Решение данной системы позволяет прогнозировать среднее относительное число заявок в каждой из систем массового обслуживания в интересующий момент времени.

Полученные результаты могут быть применены при математическом моделировании различных экономических, технических и других систем с помощью замкнутых сетей массового обслуживания определенной структуры. В частности, описанная сеть может быть использована в качестве математической модели процесса обработки заявок клиентов в страховых или логистических компаниях.

Литература

1. Маталыцкий М.А., Русилко Т.В. *Математический анализ стохастических моделей обработки исков в страховых компаниях.* Гродно: ГрГУ, 2007.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ В КОСМОСЕ

А.П. Рябушко [1], И.Т. Неманова [2], Т.А. Жур [2], И.П. Бояринова [2], О.Л. Зубко [1]

[1] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
olgazubko@tut.by
[2] Белорусский аграрный технический университет, Минск, Беларусь

Белорусской школой по проблеме движения тел *впервые* выведены и проинтегрированы уравнения движения (УД) в постньютоновском приближении(ПНП) специальной теории относительности (СТО) и общей теории относительности (ОТО) в задаче двух тел, одно из которых является звездой массой M, а второе — пробное тело массой покоя m_0 (планета, астероид и т. д.). При этом учитывались: гравитационные поля звезды и разреженной среды плотностью ρ; световое давление, приводящее к появлению продольного и поперечного эффектов Доплера, аберрации света, редукции массы звезды; лоренцево сокращение миделевого сечения пробного тела и увеличение массы тела (эффекты СТО); кривизна пространства — времени (эффекты ОТО). Уравнения движения следующие:

$$d^2x/dt^2 + \gamma Mx/r^3 = F_0^1 + F_1^1 + F_2^1 + F_\rho^1, \quad d^2y/dt^2 + \gamma My/r^3 = F_0^2 + F_1^2 + F_2^2 + F_\rho^2, \quad (1)$$

где

$$F_0^1 = \gamma Ax/r^3, \quad F_0^2 = \gamma Ay/r^3, \quad (2)$$

$$F_1^1 = \gamma Av(-2x\cos\alpha + y\sin\alpha)/cr^3, \quad F_1^2 = \gamma Av(-2y\cos\alpha - x\sin\alpha)/cr^3, \quad (3)$$

$$F_2^1 = \frac{\gamma A}{2r^3}\frac{v^2}{c^2}[(3-4\sin^2\alpha)x - 1.5y\sin 2\alpha] + \frac{\gamma M_1}{c^2}\left\{\left[\frac{4\gamma M_1}{r} - v^2\right]\frac{x}{r^3} + \frac{4}{r^2}\frac{dr}{dt}\frac{dx}{dt}\right\}, \quad (4)$$